EXERCICES COMPLÉMENTAIRES : CHAPITRE 1 – 2ème PARTIE

Les distributions discrètes

Distribution, moyenne et variance d'une variance aléatoire discrète

1. On a relevé dans une ville de 100 000 habitants le nombre de véhicules possédés par ménage. On a obtenu les résultats suivants :

Nombre de véhicules par ménage :	0	1	2	3	4
Proportion de ménages :	0.18	0.62	0.15	0.04	0.01

   On sélectionne un ménage au hasard dans cette ville. Soit X le nombre de véhicules observé pour ce ménage. Que valent E(X) et V(X) ?

2. En supposant que vous soyez au rez-de-chaussée d'un immeuble de 8 étages, que vous y attendiez un ascenseur, qui ne se trouve pas là et qui peut se trouver à n'importe quel étage avec une même probabilité, combien de temps devrez-vous attendre en moyenne si l'ascenseur met 5 secondes pour passer d'un étage à l'autre (son démarrage et son arrêt étant considérés comme instantanés) ? Quel est l'écart-type de votre temps d'attente ?

3. Des tickets de loterie sont vendus un euro. Un ticket sur 1000 est gagnant et rapporte une somme de 500 euros ; tous les autres sont perdants.
   a. Quelle est la distribution de la variable aléatoire X (=gain brut ne tenant pas compte de la mise de départ)?
   b. Que valent la moyenne et la variance de X?
   c. Que valent la moyenne et la variance du gain net W (obtenu en soustrayant le coût du ticket du gain brut)?
   d. Que valent la moyenne et l'écart-type du gain brut $Z = X_1+X_2$ résultant de l'achat de 2 tickets?

4. On considère le jeu suivant : une urne contient six boules blanches et une boule rouge. Le joueur tire successivement et sans remise une boule jusqu'à tirer la boule rouge. On note k le rang du tirage de la boule rouge. On suppose que, à chaque tirage, chaque boule a autant de chance d'être tirée. Le joueur gagne k euros si k est pair et perd k euros si k est impair.
   Soit X désignant le gain en euros du joueur. (Aide : utiliser un arbre)
   a. Déterminer la distribution de la variable X ?
   b. Que vaut sa moyenne?
   c. Ce jeu est-il intéressant pour le joueur ?
   d. Sachant que la première boule tirée est blanche, quelle est la probabilité que le joueur gagne de l'argent ?

Distribution binomiale

5. Un journaliste se voit remettre une liste de 8 personnes à interviewer. Il doit interroger au moins 5 personnes hors de cette liste. Les interviewés potentiels n'acceptent de parler qu'avec une probabilité de 2/3, indépendamment les uns des autres. A l'aide de la distribution binomiale, calculez la probabilité que le journaliste puisse réaliser au minimum ses 5 entretiens.

6. 46% des habitants d'un pays vivent dans une location. Dix habitants sont sélectionnés au hasard dans la population de ce pays.
   a. Quelle est la probabilité qu'aucun d'entre eux ne soit dans une location ?
   b. Qu'au moins quatre soient dans une location ?
   c. Que tous le soient ?

7. Le taux de réussite en première candidature est de 25%. Sept étudiants présentent les examens.
   a. Quelle est la probabilité qu'aucun d'eux ne réussisse?
   b. Qu'au moins quatre réussissent?
   c. Que tous réussissent?

8. Un automobiliste effectue un parcours sur lequel se trouvent des feux tricolores. Ces feux fonctionnent de manière autonome et indépendante, et possèdent chacun le même cycle : vert pendant 25 secondes, orange pendant 5 secondes et rouge pendant 30 secondes.
   a. Etant donné un feu tricolore. Quelle est la probabilité que l'automobiliste passe au vert ?
   b. Quelle est la probabilité que sur son parcours, comportant dix feux tricolores, l'automobiliste rencontre exactement 6 feux verts ?
   c. Quelle est la probabilité que sur son parcours l'automobiliste ne rencontre que des feux verts ?
   d. Quel est le nombre moyen de feux verts que l'automobiliste rencontre sur son parcours ?

Distribution de Poisson

9. Un étudiant propriétaire d'un GSM reçoit en moyenne 5 appels par jour.
   a. Que vaut la probabilité qu'il reçoive au moins deux appels sur une journée ?
   b. Estimez le nombre de jours par an où il ne recevra aucun appel.
   c. Un jour, vous appelez deux fois cet étudiant. Quelle est alors pour vous la probabilité que cet étudiant reçoive ce jour-là moins de 5 appels. ?

10. Un zoologiste étudie les passages d'une espèce de chauve-souris en lisière d'un espace boisé. Il effectue un comptage d'individus et répertorie en moyenne 3 individus par 30 minutes.
    a. Quelle est la probabilité qu'il détecte 7 individus en 1h?
    b. Quelle est la probabilité qu'il détecte au plus 7 individus en 1h?
    c. Quelle est la probabilité qu'il détecte entre 2 et 4 individus par 15 minutes?

RÉPONSES EXERCICES COMPLÉMENTAIRES

Exercice 1 : $E(X)=1.08$; $V(x)= 0.57$

Exercice 2 : $E(X) = 22,5$ secondes ; écart-type = 11,46

Exercice 3

a. $\varepsilon = \{0; 500\}$; probabilités associées : 0.999 et 0.001
b. $E(X)= 0.5$; $V(X)= 249.75$
c. $E(W) = -0.5$; $V(W)= 249.75$
d. $E(Z) = 1$; $V(Z) = 22.35$

Exercice 4

a. $\varepsilon= \{-7,-5,-3,-1, 2, 4, 6\}$ avec la même proba. associée 0.1428 (équiprobabilité des événements)
b. $E(X) = -0.5714$
c. Non car en moyenne il est perdant
d. rép : 0.5

Exercice 5 : rép : 0.741

Exercice 6

a. rép: 0,0021
b. rép : 0,7547
c. rép : 0,0004

Exercice 7

a. rép : 0,1335
b. rép : 0,0705
c. rép : 0,00006

Exercice 8

a. rép : 0.4167
b. rép : 0.1272
c. rép : 0.00016
d. rép : 4.17

Exercice 9

a. rép: 0,9596
b. rép: 2,4593
c. rép: 0,4169

Exercice 10

a. $P(X=7)= 0,14$
b. $P(X\leq 7)=0,74$
c. $P(2\leq X\leq 4)= 0.42$