

Exercices sur l'estimation et comparaison de moyennes

- 1) Une machine automatique remplit des paquets dont le poids théorique doit être de 40 grammes. Les poids observés dans un échantillon au hasard de quinze paquets sont les suivants:

39,7 ; 40,2 ; 39,5 ; 40,3 ; 40,5 ; 40 ; 39,8 ; 40,1 ; 40 ; 39,2 ; 39,2 ; 39,5 ; 40 ; 39,5 ; 39,5

Si l'on suppose la normalité des poids,

- déterminer la densité a posteriori du poids moyen (μ) (avec comme a priori pour la moyenne des poids et la variance des poids, les a priori non informatif décrit dans le cours).
 - déterminer si la machine ne lèse pas l'entreprise en remplissant trop les paquets. (suggestion:calculer la probabilité a posteriori que $\mu > 40$)
 - déterminer un ensemble de valeurs plausibles pour le poids moyen.
- 2) Le conseil d'administration de la section nourriture et nutrition de l'académie nationale des sciences a établi que la dose journalière recommandée (RDA=« recommended daily allowance ») en fer pour les femmes de moins de 51 ans est de 18mg. Les apports en fer, en milligrammes, durant une période de 24 heures ont été obtenus pour un échantillon de 45 femmes de moins de 51 ans. Voici les données:

15	18,1	14,4	14,6	10,9	18,1	18,2	18,3	15,0
16	12,6	16,6	20,7	19,8	11,6	12,8	15,6	11,0
15,3	9,4	19,5	18,3	14,5	16,6	11,5	16,4	12,5
14,6	11,9	12,5	18,6	13,1	12,1	10,7	17,3	12,4
17	6,3	16,8	12,5	16,3	14,7	12,7	16,3	11,5

- Déterminer la densité a posteriori de la dose journalière moyenne en fer pour les femmes de moins de 51 ans (μ) connaissant la RDA théorique de 18mg (avec les a priori classique pour la moyenne des poids et la variance des poids).
 - Déterminer si les femmes de moins de 51 ans reçoivent en moyenne une dose journalière de fer moindre que la dose journalière recommandée. (suggestion:calculer la probabilité a posteriori que $\mu < 18$)
 - Déterminer un ensemble de valeurs plausibles pour la RDA.
- 3) Un échantillon de 145 personnes a été prélevé dans la population des touristes étrangers qui passent leurs vacances en France. Les dépenses moyennes par jour et par personnes pour ces 145 touristes s'élèvent à un montant de 22,5 euros, avec un écart-type de 5,95 euros.
- Déterminer si les dépenses journalières d'un touriste étranger valent 21 euros en moyenne (suggestion:utiliser la distribution a posteriori des dépenses journalières moyenne des touristes)
 - Déterminer un ensemble de valeurs plausibles pour les dépenses journalières d'un touriste étranger.

- 4) Une personne surveille tous les mois son taux de cholestérol. Voici son taux de cholestérol au cours des 12 derniers mois (mesuré en g/l):

1,5 ; 1,8 ; 1,7 ; 1,6 ; 2,1 ; 1,9 ; 1,8 ; 2,2 ; 1,7 ; 1,7 ; 1,5 ; 1,6

Si l'on suppose la normalité du taux de cholestérol,

- a) déterminer un ensemble de valeurs plausibles pour le taux moyen de cholestérol de cet individu.
 - b) Cette personne désire estimer son taux de cholestérol annuel moyen avec une précision de 0,1 g/l. Combien de mesures de son taux doit-elle effectuer sur l'année pour satisfaire son exigence de précision? (suggestion: utiliser la formule de l'intervalle de crédibilité)
- 5) On désire comparer le poids moyen des individus d'une population à un poids de 65 kg. Sachant que l'écart-type des poids d'un échantillon d'effectif 36 de cette population est de 0,4 kg, déterminer les valeurs de la moyenne des poids observée sur cet échantillon qui conduiraient à un poids moyen significativement supérieur à 65 kg.
- 6) Un échantillon aléatoire simple de 1231 divorces tiré des registres municipaux de l'année 1981 montre que la durée moyenne des mariages se terminant par un divorce est de 12,9 ans. Une étude similaire, conduite en 1985, à partir de 1743 observations a donné une moyenne de 12 ans. Il y a lieu de croire que l'écart-type de la durée de mariage n'a pas été modifié entre 1981 et 1985 et que sa valeur est 4,2 ans.
- a) Déterminer si la durée moyenne des mariages se terminant par un divorce a diminué entre 1981 et 1985. (suggestion: utiliser la distribution a posteriori de la différence des durées moyennes des mariages entre 1981 et 1985)
 - b) Déterminer un ensemble de valeurs plausibles pour cette différence de durées moyennes des mariages
- 7) Dans une fouille archéologique, un problème a surgi sur l'origine de certains vases excavés de deux chantiers différents. La fouille du premier chantier a permis de dégager 8 fragments de vases différents, alors que celle du second chantier 6 fragments seulement. Une thèse archéologique soutient l'hypothèse que les vases des deux chantiers proviennent du même atelier. Pour tester cette hypothèse, le diamètre de l'orifice supérieur de chaque fragment a été mesuré et les résultats suivants ont été obtenus:

Chantier 1: 12 11 11 14 11 12 13 12

Chantier 2: 10 12 12 11 9 10

On suppose que les vases excavés constituent un échantillon représentatif de l'ensemble des vases anciennement produits dans les deux localités. De plus, on suppose que le diamètre des orifices suit une loi normale dont la variance est la même pour les deux localités.

- a) Calculer le diamètre moyen des vases excavés dans chaque chantier et déterminer une estimation de la variance de la différence des diamètres moyens.
- b) Déterminer si la thèse archéologique soutenant l'hypothèse que les vases des deux chantiers proviennent du même atelier est véridique. (suggestion: utiliser la distribution a posteriori de la différence des diamètres moyens des vases excavés)
- c) déterminer un ensemble de valeurs plausibles pour cette différence de diamètres moyens.

8) Une firme étudie l'influence d'une interruption de travail permettant de prendre le café, sur la productivité de ses ouvriers. Ayant choisi 6 ouvriers au hasard, on mesure leur productivité durant deux jours, le premier sans interruption, le deuxième avec interruption. Les résultats de ces mesures sont les suivants:

Ouvrier	1	2	3	4	5	6
Sans interruptions	23	35	29	33	43	32
Avec interruptions	28	38	29	37	42	30

- a) Ces résultats indiquent-ils qu'une interruption améliore la productivité si l'on peut supposer la normalité des différences? (suggestion:utiliser la distribution a posteriori de la différence des productivités moyennes)
- b) déterminer un ensemble de valeurs plausibles pour cette différence de productivité moyennes.