

**SOCI1241-1 Eléments du calcul des probabilités appliquées aux sciences sociales**  
**Exercices pratiques : chapitre 2**  
**Estimation d'une proportion et comparaison de deux proportions (échantillons indépendants)**

---

**FORMULES**

- $X \sim \text{Bin}(N, \pi) \rightarrow$  Objectif = estimer  $\pi = \sum_{i=1}^N \frac{X_i}{N}$
- $\pi \sim \text{Beta}(a, b)$ ; Uniforme si  $a = b = 1$
- Si  $t$  est le nombre de succès **observés** et a priori  $\pi \sim \text{Beta}(a, b)$  :  
A posteriori :  $(\pi | T = t) \sim \text{Beta}(a + t, b + n - t) \approx N(\hat{\pi}, \frac{\hat{\pi}(1-\hat{\pi})}{n})$  avec  $\hat{\pi} = \frac{(a-1)+t}{(a+b-2)+n}$
- Si  $\delta = \pi_2 - \pi_1, (\delta = \pi_2 - \pi_1 | T_1 = t_1, T_2 = t_2) \approx N(\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1, \frac{\hat{\pi}_2(1-\hat{\pi}_2)}{n_2} + \frac{\hat{\pi}_1(1-\hat{\pi}_1)}{n_1})$

**EXERCICES À FAIRE DURANT LA SÉANCE**

- Support : fichier html en ligne – présentation des données et des résultats
- Données : Santé mentale en prison – 2004 – 799 détenus masculins interrogés.
- Variables d'intérêt : antécédents judiciaires (avant 18 ans), personnels et familiaux (pendant l'enfance) des détenus français

**1. Estimation d'une proportion avec a priori non informatif**

- a) Sur base de l'enquête SMP, 333 détenus ont répondu avoir été séparés au moins 6 mois d'un de leurs parents ou de leurs deux parents dans l'enfance et 11 n'ont pas répondu à cette question.
  - À partir de là, déterminez si la proportion de détenus masculins en France qui ont connu une séparation parentale dans l'enfance est supérieure à 40%.
  - Déterminez un ensemble de valeurs plausibles pour cette proportion.
- b) Sur base de l'enquête SMP, 220 détenus ont répondu avoir subi des maltraitances dans l'enfance (de nature physique, psychologique ou sexuelle) et 7 n'ont pas répondu à cette question.
  - À partir de là, est-il plausible que moins de 30% de la population des détenus ait subi des maltraitances ?
  - Calculez un intervalle de crédibilité pour cette proportion.
- c) Sur base de l'enquête SMP, 220 détenus ont répondu avoir été suivis par un juge pour enfant avant 18 ans et 5 n'ont pas répondu à cette question.
  - À partir de là, peut-on dire que la proportion de détenus masculins en France qui ont été suivis par un juge pour enfant avant 18 ans est-elle supérieure à 25%.
  - Déterminez un ensemble de valeurs plausibles pour cette proportion.
- d) Sur base de l'enquête SMP, 181 détenus ont répondu avoir été l'objet d'une mesure de placement (foyer, famille d'accueil) avant 18 ans et 7 n'ont pas répondu à cette question.
  - À partir de là, est-il plausible que moins d'un détenu sur quatre ait été l'objet d'une mesure de placement (foyer, famille d'accueil) dans la population d'intérêt ?
  - Calculez un intervalle de crédibilité pour cette proportion.

## 2. Estimation d'une proportion avec a priori informatif

Imaginons à présent (scénario fictif) qu'avant de réaliser l'enquête SMP, une enquête pilote effectuée sur un échantillon aléatoire de 100 détenus ait permis de récolter ces informations:

	Séparation parentale	Maltraitements	Juge pour enfant	Placement
Oui	50	32	37	19
Non	50	68	63	81

Refaites l'exercice 1 en tenant compte des informations issues de l'enquête pilote. Quel impact ces « a priori » ont-ils sur l'estimation des proportions d'intérêt ?

## 3. Comparaison de deux proportions – échantillons indépendants

- a) Le tri croisé des variables « abus » et « séparation » de l'enquête SMP est présenté dans la table ci-dessous :

		Maltraitements	
		Non	Oui
Séparation	Non	376	77
	Oui	190	142

- À partir de ces données, peut-on affirmer que les détenus français ayant connu une séparation parentale durant l'enfance ont été davantage en situation de maltraitance ?
  - Déterminez un ensemble de valeurs plausibles pour cette différence de proportion.
- b) Peut-on affirmer, sur base des données de l'enquête SMP, qu'un détenu ayant subi des maltraitements durant son enfance a plus de risque de devenir alcoolique plus tard ? Répondez à cette question de deux manières différentes.

		Abus d'alcool	
		Non	Oui
Maltraitements	Non	480	92
	Oui	164	56

- c) Un détenu qui a été placé avant ses 18 ans a-t-il significativement plus de « risque » de devenir dépendant (substance) qu'un détenu qui a grandi au sein de son noyau familial ? Répondez à cette question à l'aide d'une probabilité a posteriori adéquate. Fournissez également un intervalle de crédibilité 95% pour quantifier la différence entre les 2 groupes.

		Abus de substances	
		Non	Oui
Placement	Non	473	138
	Oui	109	72

- d) Le fait d'avoir eu des antécédents judiciaires en tant que mineur (via le suivi d'un juge pour enfants) constitue-t-il un facteur de risque de dépression au sein de la population des détenus ? Répondez à cette question à l'aide d'une probabilité a posteriori. Fournissez également un intervalle de crédibilité 95% pour quantifier la différence entre les 2 groupes.

		Dépression	
		Non	Oui
Juge.enfant	Non	358	216
	Oui	121	99

