

## EXERCICES COMPLÉMENTAIRES : CHAPITRE 3 – 2<sup>ème</sup> PARTIE

### La comparaison de plusieurs moyennes – ANOVA I

1. On a mesuré la pression artérielle systolique au repos dans 3 groupes d'âge. On dispose d'échantillons indépendants de respectivement 10, 8 et 12 individus pour les groupes d'âge: 30-35 ans, 50-55 ans et 70-75 ans. Voici les résultats obtenus :

|           |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 30-35 ans | 11 | 11 | 9  | 14 | 12 | 11 | 12 | 11 | 11 | 15 |    |
| 50-55 ans | 15 | 10 | 14 | 10 | 17 | 10 | 19 | 14 |    |    |    |
| 70-75 ans | 16 | 16 | 18 | 15 | 17 | 14 | 15 | 16 | 15 | 13 | 12 |

- Ces données permettent-elles d'évaluer si la pression artérielle moyenne change avec l'âge ?
  - Comparez, si nécessaire, les groupes d'âge au niveau de leur pression artérielle moyenne.
2. On a mesuré le temps de survie de 15 patients atteints du SIDA. Parmi ces 15 patients, 5 ont reçu un médicament A, 5 un médicament B et 5 un médicament C contre le sida. Voici le temps moyen (mois) de survie pour chacun des trois groupes de patients (selon le médicament reçu): 41,8 mois, 39,8 mois et 68,6 mois respectivement. Voici les variances du temps de survie: 546,7 mois-carré, 549,7 mois-carré et 1829,3 mois-carré respectivement.
- Peut-on mettre en évidence une différence entre les temps de survie moyens sous les 3 traitements ? Quelles sont les hypothèses de travail ?
  - Comparez, si nécessaire, les temps moyens de survie selon les groupes.
3. Dans le cadre d'une étude écotoxicologique, la concentration en DDT et en ses dérivés a été mesurée chez des brochets de différents âges. Voici la table d'analyse de variance obtenue à partir de ces données:

| Tests Univariés de Significativité de Var2 (Feuille de données4) |          |                  |          |          |          |
|--|----------|------------------|----------|----------|----------|
| Modèle sur-paramétré   |          |                  |          |          |          |
| Décomposition de Type III  |          |                  |          |          |          |
| Effet  | SC       | Degré de Liberté | MC       | F        | p        |
| Ord.Orig.  | 2,589894 | 1                | 2,589894 | 702,6912 | 0,000000 |
| "Var1"   | 0,181205 | 2                | 0,090602 | 24,5823  | 0,000003 |
| Erreur   | 0,077399 | 21               | 0,003686 |          |          |

- Déterminez le nombre de groupes de brochets.
  - Déterminez le nombre total d'observations.
  - La concentration moyenne en DDT et ses dérivés varie-t-elle avec l'âge des brochets?
  - Serait-il intéressant de comparer la concentration moyenne en DDT et ses dérivés selon les âges des brochets ?
4. On désire étudier l'effet de la région géographique sur le taux de criminalité des villes aux Etats-Unis en 1977. Les données consistent en un échantillon aléatoire de 141 villes provenant de

quatre régions américaines (27 villes du Nord-est, 35 villes du Midwest, 51 villes du Sud et 28 villes de l'Ouest). Voici la table d'analyse de variance:

| Tests Univariés de Significativité de Var13 (APC2)<br>Modèle sur-paramétré<br>Décomposition de Type III |          |                  |    |        |          |
|---|----------|------------------|----|--------|----------|
| Effet   | SC       | Degré de Liberté | MC | F      | p        |
| Ord.Orig.   | 409315,6 |                  |    |        | 0,000000 |
| "Var12"   |          |                  |    | 28,289 | 0,000000 |
| Erreur  | 18009,6  |                  |    |        |          |

- Complétez cette table d'analyse de variance. Déduisez-en si le taux moyen de criminalité varie selon la région.
- S'il y a lieu, utilisez l'information suivante pour déterminer les régions qui diffèrent.

| "Var12"; Moy. Pondérées (APC2)<br>Effet courant : F(3, 137)=28,289, p=,00000<br>Décomposition de Type III |       |            |                |               |               |    |
|---|-------|------------|----------------|---------------|---------------|----|
| N°Cellu.  | Var12 | Var13 Moy. | Var13 Err-Type | Var13 -95,00% | Var13 +95,00% | N  |
| 1   | 1     | 42,20579   | 2,631874       | 36,79590      | 47,61569      | 27 |
| 2   | 2     | 52,77845   | 1,482272       | 49,76611      | 55,79079      | 35 |
| 3   | 3     | 57,41214   | 1,689356       | 54,01896      | 60,80531      | 51 |
| 4   | 4     | 70,08682   | 2,074974       | 65,82932      | 74,34431      | 28 |

### RÉPONSES EXERCICES COMPLÉMENTAIRES :

Exercice 1 :

a.  $F_{obs} = 6.4307 > F_{2,27}(0.95) \ni [3.32; 3.39] \rightarrow$  on rejette l'hypothèse  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

b.

- $(\mu_1 - \mu_2) : [-4.1226; 0.2426] \ni 0 \rightarrow \mu_1 = \mu_2$
- $(\mu_1 - \mu_3) : [-5.45; -1.483] \not\ni 0 \rightarrow \mu_1 < \mu_3$
- $(\mu_2 - \mu_3) : [-3.6563; 0.5729] \ni 0 \rightarrow \mu_2 = \mu_3$

➔ La seule différence significative : les 70/75 ans ont une pression artérielle supérieure aux 30/35 ans dans la population.

Exercice 2 :

a.  $F_{obs} = 1.3259 < F_{2,12}(0.95) = 3.89 \rightarrow$  l'hypothèse  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$  est plausible

b. Il n'est pas nécessaire de faire la comparaison puisque a.

Exercice 3 :

a.  $k = 3$

b.  $n = 24$

c.  $F_{obs} = 24.5823 > F_{2,21}(0.95) \ni [3.39; 3.49] \rightarrow$  on rejette l'hypothèse  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ ; la concentration en DDT varie avec la catégorie d'âge du brochet.

d. Oui mais on ne peut pas le faire.

Exercice 4 :

a.  $F_{obs} = 28.289 > F_{3,137}(0.95) \ni [2.67; 2.70] \rightarrow$  on rejette l'hypothèse  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

b.

- $(\mu_1 - \mu_2) : [-16.329; -4.82] \not\ni 0 \rightarrow \mu_1 < \mu_2$
- $(\mu_1 - \mu_3) : [-20.555; -9.858] \not\ni 0 \rightarrow \mu_1 < \mu_3$
- $(\mu_1 - \mu_4) : [-33.94; -21.82] \not\ni 0 \rightarrow \mu_1 < \mu_4$
- $(\mu_2 - \mu_3) : [-0.566; 0.299] \ni 0 \rightarrow \mu_2 = \mu_3$
- $(\mu_2 - \mu_4) : [-23.01; -11.61] \not\ni 0 \rightarrow \mu_2 < \mu_4$
- $(\mu_3 - \mu_4) : [-17.96; -7.39] \not\ni 0 \rightarrow \mu_3 < \mu_4$