1. Comme chaque année, le Recteur de l'université de Liège s'intéresse au taux de réussite en premier bachelier dans son université. Les étudiants concernés étant estimés à 5000, il est plus rapide pour lui d'effectuer un sondage afin de donner une estimation de ce taux de réussite. Comme ce taux varie entre les différentes facultés, il choisit alors 200 étudiants répartis dans les grandes facultés : sciences du vivant, sciences humaines, sciences exactes et sciences de la matière. Voici comment se répartissent les étudiants de premier bachelier dans ces facultés : il y en a 1502 en sciences du vivant, 1202 en sciences humaines, 925 en sciences exactes et 1371 en sciences de la matière. Dans chacune de ces facultés, il choisit respectivement 65, 40, 37 et 58 étudiants pour réaliser le sondage. Les estimations obtenues pour le taux de réussite dans chaque faculté sont : 0.4 en sciences du vivant, 0.2 en sciences humaines, 0.3 en sciences exactes et 0.28 en sciences de la matière.
 - (a) Quel est le taux de sondage dans chaque strate ?
 - (b) Si le Recteur avait opté pour un sondage à allocation proportionnelle, combien d'étudiants aurait-il dû interroger dans chaque strate ?
 - (c) Estimer, sans biais, la proportion d'étudiants de premier bachelier ayant réussi leur année ;
 - (d) Calculer la variance de cet estimateur ;
 - (e) Donner un intervalle de confiance à 95% pour la proportion d'étudiants de premier bachelier ayant réussi leur année.

2. Le comité des riverains d'un village de la région liégeoise luttant contre l'expansion du nombre de véhicules de type 4×4 dans le village a étudié la consommation de ces véhicules en les comparant à d'autres types de voitures (les urbaines et les familiales). Pour cela, un sondage a été réalisé au départ des 20 " 4×4 ", 60 urbaines et 40 familiales que possèdent les habitants du village. Les mesures de la consommation sur 100 km faites sur l'échantillon de 12 véhicules sont données dans la table suivante :

4×4	Urbaines	Familiales
18.2	5.8	8.6
24.5	3.6	9.4
16.3	4.5	7.8
22	7.1	8.2

- (a) Calculer le taux de sondage dans chaque strate ;
 - (b) Calculer les effectifs des échantillons de chaque strate si l'on avait opté pour un sondage à allocation proportionnelle ;
 - (c) Estimer (sans biais) la moyenne et la variance de la consommation sur 100 km dans chaque strate ;
 - (d) Estimer (sans biais) la consommation moyenne sur 100 km des véhicules du village ;
 - (e) Estimer la variance de l'estimateur précédent ;
 - (f) Donner un intervalle de confiance à 95% pour la consommation moyenne sur 100 km des véhicules du village ;
 - (g) Quel serait l'impact d'un doublement du nombre de véhicules dans l'échantillon sur la largeur de cet intervalle de confiance (si l'on suppose que la variance de la consommation reste inchangée) ?
3. En Belgique, le droit de vote est une obligation ... pour autant que l'on soit majeur et que l'on ne soit pas privé de ce droit de vote. Hors des 10 666 866 belges que compte notre pays, il n'est donc pas facile de connaître le pourcentage de la population s'exprimant vraiment aux élections et encore moins d'avoir une idée sur leur moyenne d'âge. Sachant d'emblée que la population belge se compose d'environ 60% de flamands, 30% de wallons et 10% de bruxellois, il paraissait moins coûteux d'échantillonner dans chacun de ces sous-groupes. C'est pourquoi 1128 flamands, 571 wallons et 99 bruxellois ont participé à cette enquête. Dans ces groupes respectifs, 944, 442 et 62 personnes ont voté lors des dernières élections. L'âge moyen vaut respectivement 46.9 ans, 45.7 ans et 41.2 ans avec des écarts-types respectifs de 18.78 ans, 18.47 ans et 17.77 ans.
- (a) Calculer le taux de sondage dans les 3 groupes ;
 - (b) Dans chacune des strates, donner une estimation non-biaisée de la proportion de personnes ayant voté lors des dernières élections ;
 - (c) Donner une estimation non-biaisée de la proportion de belges ayant voté lors des dernières élections ;
 - (d) Donner un intervalle de confiance à 95% pour la proportion de belges ayant voté lors des dernières élections ;
 - (e) Donner un intervalle de confiance à 95% pour la moyenne d'âge des wallons ;
 - (f) Donner une estimation non-biaisée de la moyenne d'âge en Belgique ;
 - (g) Donner un intervalle de confiance à 95% pour la moyenne d'âge en Belgique.